JURNAL SAINS, SOSIAL DAN HUMANIORA (JSSH)
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH MALUKU UTARA
e-ISSN : 2777-015X., *DOI : https://doi.org/10.52046/jssh.v2i2.51-55*
Web : http://www.jurnal.ummu.ac.id/index.php/jssh/., E-mail : jurnaljssh.ummu@gmail.com.
Kolaborasi :

Komparasi Luas Daerah Antara Dua Kurva dengan Integral dan Diskriminan

Ruslan Laisouw [1]✉ **dan Muzakir Hi Sultan**
[1] Program Studi Matematika, Fakultas Teknik, Universitas Muhammadiyah Maluku Utara, Ternate, Indonesia
E-mail : *ruslanlaisouw@gmail.com, zhakiermath90@gmail.com*

Info Artikel : ☑ Artikel Penelitian ☐ Artikel Pengabdian ☐ Riview Artikel
Diterima* : *12 Nov. 2022*, *Disetujui* : *30 Nov. 2022*, *Publikasi On-Line* : *30 Nov. 2022

Vol.	No.
2	2
Hal 51 - 55	

✉***Koresponden Author :***
Ruslan Laisouw
E-mail :
ruslanlaisouw@gmail.com
Universitas Muhammadiyah Maluku Utara
Ternate, Indonesia

Abstrak.

Pada paper ini difokuskan dalam penentuan luas daerah yang dibatasi oleh dua kurva yang saling berpotongan dengan mengggunakan integral dan diskriminan. Perhitungan luas daerah antara dua kurva yang dibentuk oleh fungsi-fungsi yang berpotongan sebagai batasan nya menggunakan integral dan diskriminana memiliki kesamaan pada langkah awal yakni kedua fungsi batasan disamakan dan diuraikan hingga membentuk persamaan kuadrat, namun persamaan kuadrat ini untuk integral dicari akar-akarnya yang dijadikan sebagai batas integralnya sedangkan untuk diskriminana dicarai nilai diskriminannya, kemudian dapat dihitung luasnya. Hasil perhitungan untuk kasus yang dibahas menunjukkan bahwa cara diskriminan lebih sederhana dan terbatas penggunaanya Jika dibandingkan dengan integral.

Keyword : Luas, integral, diskriminan

I. PENDAHULUAN

Perhitungan luas suatu bidang datar yang dibatasi oleh ruas garis (poligon) sering digunakan rumus baku bila diketahui nilai masing-masing ruas garis yang membentuk poligon yang ada, namun yang menjadi masalah jika nilai-nilai yang dimaksud dalam bentuk fungsi-fungsi yang menjadi batasan nya, hal ini menjadi kahasa baru dan menarik untuk bahas.

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang di maksud dalam urain di atas yaitu dengan menggunakan konsep diskriminan. Untuk menggunakan konsep ini perlu manipulasi aljabar untuk membentuk satu persamaan kuadarat dari fungsi-fungsi yang menjadi batas daerah yang terbentuk. selanjutnya elemen-elemen didalam persamaan kuadarat yang ada diguanakan untuk menghitung diskriminan dan selanjutnya di pakai untuk menghitung luas.

II. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan studi literatur (kajian pustaka) dengan tahap -tahapan sebagai berikut:

1) Pengumpulan Literatur, Pada tahap ini dilakukan pengumpulan literature maupun informasi yang diperlukan baik dari buku-buku, skripsi dan situs-situs internet yang membahas tentang Integral dan Diskriminan.
2) Pengkajian Literatur, Penelaahan isi sumber pustaka dengan cara membaca dan mempelajarinya, selanjutnya pengelompokan dan mencatat literatur-literatur tersebut sesuai dengan masalah yang akan dibahas.
3) Pengembangan Literatur, Pengembangan dilakukan dengan memberi uraian-uraian, untuk dapat lebih memahami konsep-konsep yang sudah ada.
4) Penyusunan Hasil, Penyusunan hasil digunakan sebagai langkah awal untuk memberi gambaran secara menyeluruh tentang topik yang akan dibahas.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Hasil Perhitungan Luas daerah antara dua kurva Menggunakan Integral

Pada dasarnya bahwa terdapat banyak bentuk daerah antara dua kurva, maka penulis hanya membahas daerah yang sebagaimana disajikan berikut ini.

Kasus 1.

Tentukan luas daerah yang dibatasi oleh $y_1 = 2- x^2$ dan garis $y_2 = x$

Peny:

Batas integral adalah titik potong kedua kurva:

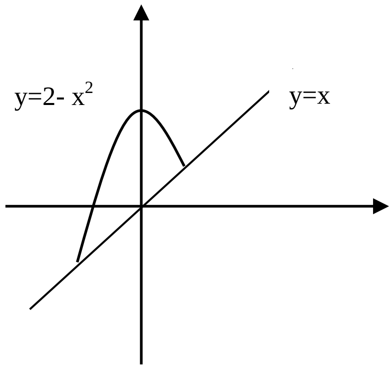
$y_1 = y_2$

$\Leftrightarrow 2- x^2 = x$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow x_1 = -2$ atau $x_2 = 1$)



Jadi: $L = \int_1^3 \{f(x) - g(x)\}dx$

$= \int_1^3 \{y_1 - y_2\}dx$

$= \int_{-2}^{1} \{(2 - x^2) - x)\}dx$

$= \int_{-2}^{1} \{-x^2 - x + 2)\}dx$

$= |\left(-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x\right)|_{-2}^{1}$

$= \left(-\frac{(1)^3}{3} - \frac{(1)^2}{2} + 2(1)\right) - \left(-\frac{(-2)^3}{3} - \frac{(-2)^2}{2} + 2(-2)\right)$

$= \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2\right) - \left(-\frac{-8}{3} - \frac{4}{2} - 4)\right)$

$= -\frac{7}{6} - \frac{20}{6} = |-\frac{27}{6}| = \frac{27}{6}$

Kasus 2 Tentukan luas daerah yang dibatasi oleh $y_1 = 2x - 3$ dan garis $y_2 = x^2 - 2x$

Peny:

Batas integral adalah titik potong kedua kurva:

$y_1 = y_2$

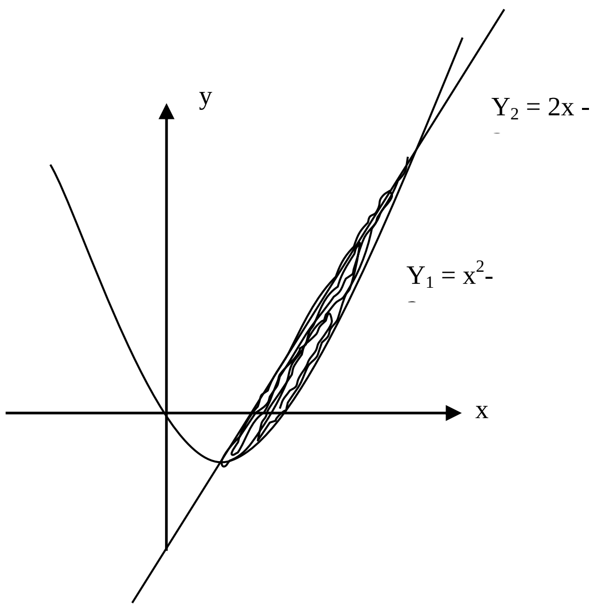
$\Leftrightarrow 2x - 3 = x^2 - 2x$

$\Leftrightarrow 2x - 3 - x^2 + 2x = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 0$

$\Leftrightarrow x_1 = 1$ atau $x_2 = 3$).



Jadi: $L = \int_1^3 \{f(x) - g(x)\}dx$

$= \int_1^3 \{y_1 - y_2\}dx$

$= \int_1^3 \{(2x-3)-(x^2-2x)\}dx$

$= \int_1^3 \{-x^2+4x-3)\}dx$

$= | \left(-\frac{x^3}{3}+2x^2-3x\right)|_1^3$

$= \left(-\frac{(3)^3}{3}+2(3)^2-3(3)\right)-\left(-\frac{(1)^3}{3}+2(1)^2-3(1)\right)$

$= \left(-\frac{27}{3}+2(9)-3(3)\right)-\left(-\frac{1}{3}+2(1)-3(1)\right)$

$= (-9+18-9)-\left(-\frac{1}{3}+2-3\right)$

$= -\left(-\frac{1}{3}+2-3\right)$

$= -\left(-\frac{1}{3}-1\right)$

$= -\left(-\frac{1}{3}-\frac{3}{3}\right)$

= 4/3. Jadi Luas yang dibatasi (daerah yang diarsir) adalah 4/3 satuan luas.

Kasus 3.

Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh $y_1 = 3x^2 + 4x + 1$ dan garis $y_2 = x + 1$

Peny:

Batasan Integral adalah titik potong kedua kurva:

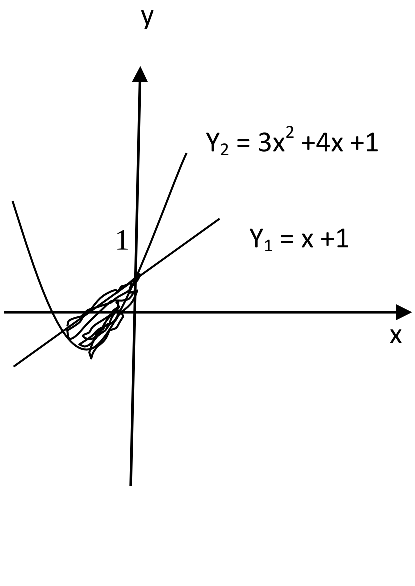
$y_1 = y_2$

$\Leftrightarrow x + 1 = 3x^2 + 4x + 1$

$\Leftrightarrow 0 = -3x^2 - 3x$

$\Leftrightarrow -3x(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow x_1 = -1$ atau $x_2 = 0$



Jadi: $L = \int_0^1 \{y_1 - y_2\}dx$

$= \int_0^1 \{(x+1)-(3x^2+4x+1)\}dx$

$= \int_0^1 \{-3x^2-3x\}dx$

$= |-x^3-\frac{3}{2}x^2|_{-1}^{0}$

$= \left(-(0)^3-\frac{3}{2}(0)^2\right)-\left(-(-1)^3-\frac{3}{2}(-1)^2\right)$

$= -\left(1-\frac{3}{2}\right)$

=- 1/2 satuan luas. Jika diambil mutlaknya = 1/2

Selanjutnya akan ditentukan luas daerah yang dibatasai dua fungsi $y_1 = f(x)$ dan $y_2 = g(x)$ dengan diskriminan.

3.2. Hasil Perhitungan Luas daerah antara dua kurva Menggunakan Diskriminan

Biasnya diskrimainan digunakan untuk menentukan jenis-jenis akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ akan tetapi dengan konsep diskriminana dan sedikit manipulasi aljabar, maka dapat ditentukan luas derah yang dibatasi dua fungsi $y_1 = f(x)$ dan $y_2 = g(x)$ yang apabila $f(x) – g(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$, maka luas daerah yang dibatasi oleh $y_1 = f(x)$ dan $y_2 = g(x)$ dapat di tentukan dengan menggunkan manipulasi diskriminan $L = \frac{D\sqrt{D}}{6a^2}$. Sedangkan nilai diskriminan disimbolkan dengan $D = b^2 - 4ac$ (Sartono. W, 1995).

Kasus 1

Hitunglah luas daerah yang dibatasai oleh kurva $y_1 = 2 - x^2$ dan garis $y_2 = x$

Penyelesaian:

$y_1 = y_2$

$\Leftrightarrow 2- x^2 = x$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ ini memenuhi bentuk $ax^2 + bx + c$,

Jadai nilai diskriminan $D = b^2 – 4ac$

$= 1 – 4(1)(-2)$

$= 9$

Sehingga: $L = \frac{D\sqrt{D}}{6a^2}$

$= \frac{9\sqrt{9}}{6(1)^2}$

$= \frac{27}{6}$ satuan luas

Kasus 2.

Hitunglah luas daerah yang dibatasai oleh kurva $y_1 = x^2 -2x$ dan garis $y_2 = 2x -3$.

Penyelesaian:

$y_1 = y_2$

$\Leftrightarrow x^2 – 2x = 2x - 3$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ ini memenuhi bentuk $ax^2 + bx + c$,

Jadai nilai diskriminan $D = b^2 – 4ac$

$= 16 – 4(1)(3)$

$= 12$

Sehingga: $L = \frac{D\sqrt{D}}{6a^2}$

$= \frac{4\sqrt{4}}{6(1)^2}$

$= \frac{4}{3}$ satuan luas

Kasus 3.

Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y_1 = 3x^2 + 4x+ 1$ dan garis $y_2 =x + 1$

Penyelesaian:

$y_1 = y_2$

$\Leftrightarrow x +1 = 3x^2 + 4x +1$

$\Leftrightarrow \quad 0 = - 3x^2 - 3x$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 3x$ ini memenuhi bentuk $ax^2 + bx +c$,

Jadi nilai diskriminan $D = b^2 – 4ac$

$= 9 – 4(3)(0)$

$= 9$

Sehingga: $L = \frac{D\sqrt{D}}{6a^2}$

$= \frac{9\sqrt{9}}{6(-3)^2}$

$= \frac{3}{6}$

$= \frac{1}{2}$ satuan luas.

Dari hasil penyelesaian contoh yang telah diselesaiakan di atas, dapat dilihat bahawa penentuan luasa yang dibatasi oleh dua fungsi yang diberikan selalu memberikan hasil yang sama baik secara integral tertenntu maupun dengan pendekatan diskriminan.

3.3. Pembahasan

3.3.1 Perbandingan menentukan luas daerah antara dua kurva menggunakan integarl dan diskriminan

Perbandingan menentukan luas bidang datar menggunakan determinan dan rumus baku, dapat dilihat dari hasil perhitungan dan banyaknya langkah penyelesaian.

3.3.2. Langkah Penyelesaian dan Hasil Perhitungan Luas daerah antara dua kurva Menggunakan Integral.

Dalam menyelesaikan perhitungan luas menggunakan integral, lebih dahulu menyamakan dua fungsi yang menjadi batas daerah yang dibentuk, selanjutnya penyelesaian dari dua fungsi yang disamakan ini, dengan sedikit manipulasi aljabar sehingga memberikan hasil yang digunakan sebgai batas bawah dan batas atas integral, selanjutnya dengan menggunakan teorema dasar kalkulus dimana integral funginya adalah dua fungsi di selisihkan dan dengan menggunakan batasan yang ada maka hsil pun diperoleh sebagaiman yag tertera pada penjelasan sebelumnya di atas, yakni pada kasus 1 diperoleh luas = 27/6, kasus 2 diperoleh luas = 4/3, dan kasus 3 diperoleh hasil= ½.

3.3.3. Langkah Penyelesaian dan Hasil Perhitungan Luas daerah antara dua kurva Menggunakan Diskriminan.

Dalam menyelesaikan perhitungan luas menggunakan diskriminan, lebih dahulu menyamakan dua fungsi yang menjadi batas daerah yang dibentuk, selanjutnya penyelesaian dari dua fungsi yang disamakan ini, dengan sedikit manipulasi aljabar sehingga memberikan hasil akhir yang memenuhi bentuk $ax^2 + bx + c$, selanjunya dihitung diskriminananya yakni $D = b^2 - 4ac$, selanjutnya dengan menggunakan rumus luas berdasarkan determinana yakni $L = \frac{D\sqrt{D}}{6a^2}$ maka hsil pun diperoleh sebagaiman yag tertera pada penjelasan sebelumnya di atas, yakni pada kasus 1 diperoleh luas = 27/6, kasus 2 diperoleh luas =4/3 dan kasus 3 diperoleh hasil= ½.

IV. PENUTUP

Komparasi hasil yang diperoleh sebagai berikut:

1. Perhitungan luas daerah antara dua kurva yang dibentuk oleh fungsi-fungsi sebagai batasan nya menggunakan integral dan diskriminana memiliki kesamaan pada lankah awal penyelesaian yakni kedua fungsi batasan disamakan dan di ubah kebentuk persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c$, dari persamaan ini untuk integral dicarai akar-akarnya sebagai batasan integral sedangkan untuk diskriminana dicarai nilai diskriminannya. Selanjutnya dapat dihitung luasnya masing-masing.
2. Penyelesaian tiap kasus dengan konsep diskriminan lebih sederhana namun terbatas pada kasus-kasu tertentu saja jika dibandingkan dengan integral .

DAFTAR PUSTAKA

Angus E. Taylor, *1980 " Advanced Calculus" Calivornia, University*
Anton, Howard. *1987. Aljabar Linier Elementer.Jakarta: Erlangga.*
Djafar, D. *2011. Menentukan Luas dan Persamaan Bidang Datar Menggunakan Matriks (Skripsi). Ternate: Universitas Muhammadiyah Maluku Utara (UMMU) Ternate.*
Du Mairy. *2004. Matematika Terapan Untuk Bisnis dan Ekononmi, BFE Yogyakarta*
Edwin J.Purcell. *2001 " Kalkulus" Hamlinie, University.*
N. Piskunov. *1981 " Differensial and Integral Calculus " MIR, Moscow*
Sartono Wirodikromo. *1995. "Matematika" Erlangga, Jakarta*