Jurnal BIOSAINSTEK
Sopurt by :
OPEN ACCES
e-ISSN : 2685-677X, Vol. 6 No.2
http://www.jurnal.ummu.ac.id/index.php/BIOSAINSTEK
DOI: https://doi.org/10.52046/biosainstek.v6i2.53-63

Application of Newton Polynomial Interpolation Method in Determining the Continuity of Functions Represented by Tabulated Discrete Points

(Aplikasi Metode Interpolasi Polinomial Newton dalam Menentukan Kekontinuan Fungsi yang Berupa Tabulasi Titik-Titik Diskrit)

Huraidi Darma Putra [1], Ruslan Laisouw [1]✉ , Muzakir Hi. Sultan [1], dan Hasanuddin Usman [1]

[1] Mathematics Study Program, Faculty of Engineering, Muhammadiyah University of North Maluku, Ternate City, Indonesia, *Email : huraididarmaputra@gmail.com; ruslanlaisouw@gmail.com; zhakiermath90@gamail.com; hasanuddinusman31@gmail.com*

✉ **Korespondensi : Ruslan Laisouw, Muhammadiyah University of North Maluku**
Email : ruslanlaisouw@gmail.com

Info Artikel :		
☑ Artikel Penelitian	☐ Artikel Pengabdian	☐ Riview Artike
**Diterima : 8 Agust. 2024*	**Disetujui : 17 Juli 2024*	**Publikasi On-Line : 19 Juli 2024*

Abstrack

Most people are only familiar with functions that have been formulated explicitly y=f(x)) or implicitly (f(x,y)=0) However, functions obtained by researchers and engineers based on experimental data or field observations often do not have a known formula, and are therefore only represented in the form of tabulated discrete points. To determine the continuity of a tabulated function obtained from observational data, a function formula from the data is required. Consequently, the condition for the continuity of a function, where $\lim_{x\to c} f(x)=f(c)$ *cannot be met. The problem in this research is to utilize data on the number of poor people from 2015-2021 and predict the monthly number of poor people using the Newton polynomial interpolation method with Maple. It also aims to prove the continuity of functions represented by tabulated discrete points by showing whether* $\lim_{x\to c} p(x)=p(c)$ *or* $\lim_{x\to c} p(x)\neq p(c)$ *. Based on the research results, it was found that Newton polynomial interpolation can be used to estimate the monthly number of poor people based on annual data, provided the conditions are met: the data represents a function, and the data table interval is changed to (1)/12. The estimated function (Newton polynomial) p(x) obtained, in the form:* $(0.0121666) x^5-(122.7059942) x^4+ (4.950193546* 10^5) x^3-(0.985008654* 10^8) x^2+(1.0070\ 35027* 10^{12})x-(4.062567218* 10^{14})$ *has been proven to demonstrate the continuity of a function represented by tabulated discrete points by showing that* $\lim_{x\to c} p(x)=p(c)$ *for each point.*

Keyword: *Newton Polynomial Interpolation, Function Continuity, Tabulation of Discrete Points*

I. PENDAHULUAN

Berdasarkan konsentrasinya, matematika dapat dibedakan menjadi matematika murni dan matematika terapan. "Matematika murni, merupakan cabang matematika yang definisi atau aksioma dan asumsi dinyatakan secara tepat dengan menggunakan simbol, dan analisis berjalan melalui deduksi guna memperoleh kesimpulan" (Al Arif, 2013). Sedangkan "Matematika terapan, merupakan cabang matematika yang melingkupi penerapan pengetahuan matematika ke bidang-bidang lain, mengilhami dan membuat penggunaan temuan-temuan baru, dan kadang-kadang mengarah pada pengembangan disiplin-disiplin ilmu yang sepenuhnya baru, seperti statistika dan teori permainan" (Khairunnisa, 2014). Penerapan Matematika dilakukan baik dalam bidang sains maupun bidang non-sains agar dapat menemukan solusi dari permasalahan dalam kehidupan manusia, penerapan matematika tersebut dapat dijelaskan dalam bentuk siklus berikut:

Gambar 1. Penerapan Model Matematika dalam Kehidupan

Faktanya model matematika yang diperoleh dari masalah dalam kehidupan tidak selalu berbentuk sederhana, terkadang model yang diperoleh berbentuk rumit sehingga sulit untuk diselesaikan secara analitik. Misalnya pada konsep fungsi, kebanyakan orang mengenal fungsi yang telah dirumuskan secara eksplisit (y=f(x)) atau bentuk implisit (f(x,y)=0), bentuk fungsi tersebut lalu diselesaikan secara analitik. Akan tetapi fungsi yang diperoleh oleh para peneliti dan rekayasawan berdasarkan data hasil eksperimen atau pengamatan yang dilakukan di lapangan seringkali tidak diketahui rumus fungsinya, sehingga hanya dibuat dalam bentuk tabulasi titik-titik diskrit. Berdasarkan penjelasan tersebut, dapat dipahami bahwa selain cara analitik masih terdapat cara lain yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah matematis di lapangan. Cara lain itu disebut solusi hampiran/numerik.

Solusi hampiran/numerik sering disebut sebagai teknik aproksimasi dalam beberapa sumber. "Aproksimasi adalah teknik untuk membuat fungsi pendekatan atau penghampiran terhadap suatu fungsi matematis yang diketahui, tetapi tidak memiliki implementasi secara eksak" (Suarga, 2014). Interpolasi merupakan salah satu dari sekian teknik aproksimasi. Interpolasi dapat digunakan untuk menentukan nilai yang tidak terdapat dalam satu interval data atau tabel fungsi. "Interpolasi diperlukan apabila nilai suatu fungsi yang bentuk matematisnya tidak/belum diketahui hendak ditentukan pada suatu titik. Hubungan fungsional disajikan dalam bentuk tabel dimana nilai fungsi yang diberikan hanya pada beberapa titik tertentu yang merupakan hasil pencatatan/pengukuran eksperimental dari suatu besaran fisis" (Suarga, 2014).

Interpolasi polinomial Newton adalah metode interpolasi yang paling banyak digunakan, sebab fungsi polinomial p(x) berderajat tertentu yang diperoleh akan melewati sejumlah titik data, sehingga hasil yang diperoleh akan cukup akurat dalam melakukan pendekatan dengan hasil sebenarnya. Interpolasi polinomial Newton akan lebih baik jika dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak Maple, karena untuk mencari nilai di banyak titik perlu ketelitian yang tinggi dan waktu yang lama. Sehingga dengan menggunakan perangkat lunak Maple, pekerjaan interpolasi polinomial Newton akan menjadi lebih mudah.

Masalah yang timbul ketika menentukan kekontinuan suatu fungsi/data yang diperoleh dari lapangan adalah tidak adanya rumus fungsi dari data tersebut, sehingga limit fungsi tidak dapat ditentukan atau dengan kata lain syarat pertama di atas tidak dapat dipenuhi. Berdasarkan hal tersebut, penulis merasa bahwa fungsi taksiran (polinom Newton) p(x) yang diperoleh dari metode interpolasi polinomial Newton dapat digunakan untuk membuktikan kekontinuan suatu fungsi yang rumus fungsinya tidak diketahui (hanya dibuat dalam bentuk tabulasi titik-titik diskrit). Oleh karena itu, penulis merasa hal ini perlu diteliti lebih lanjut.

Untuk mendukung urgensi penelitian ini, penulis mencantumkan hasil penelitian yang memiliki relevansi atau keterkaitan dengan penelitian yang akan dilakukan sebagai rujukan dalam meneliti, yaitu penelitian yang dilakukan oleh Nur Wakhid tahun 2008 dengan judul penelitian “Metode Spline Kubik dan Polinomial Newton untuk Memuluskan Kurva”. Dari hasil penelitian tersebut, diperoleh kesimpulan bahwa fungsi taksiran (polinomial Newton) dapat digunakan untuk memuluskan kurva.

Tujuan dari penulisan ini adalah Untuk mendeskripsikan metode interpolasi polinomial Newton ketika memprediksi jumlah penduduk miskin Kota Ternate per bulan berdasarkan data jumlah penduduk miskin Kota Ternate per Tahun (2015-2021) dengan menggunakan perangkat lunak Maple dan membuktikan kekontinuan fungsi yang berupa tabulasi titik-titik diskrit, dengan menunjukkan apakah $\lim_{x \to c} p(x)=p(c)$ atau $\lim_{x \to c} p(x) \neq p(c)$, dimana p(x) merupakan fungsi taksiran (polinom Newton). Manfaat dari penelitian ini menambah wawasan dan penguasaan kajian dalam kekontinuan fungsi dan interpolasi polinomial Newton teori matematika khususnya pada metode numerik serta penerapannya dalam prediksi.

II. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian berbasis kajian pustaka dengan melakukan analisis matematis serta pengkajian referensi-referensi terkait terhadap penerapan interpolasi polinomial Newton untuk memprediksi jumlah penduduk miskin per bulan berdasarkan data jumlah penduduk miskin per tahun, dan menentukan kekontinuan suatu fungsi yang berupa tabulasi titik-titik diskrit

Waktu dan Lokasi Penelitian

Data diperoleh dari website Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Maluku Utara (malut.bps.go.id). Data yang digunakan adalah data publikasi jumlah penduduk miskin Kota Ternate per Tahun (2015-2021).

Bahan dan Alat

Kajian dari studi pustaka digunakan sebagai landasan untuk menganalisis dan memecahkan permasalahan yang telah dirumuskan. Serta program Maple sebagai alat bantu dalam melakukan Komputasi.

Analisis Data

Penelitian ini merupakan penelitian berbasis kajian pustaka dengan melakukan analisis matematis serta pengkajian referensi-referensi terkait terhadap penerapan interpolasi polinomial Newton untuk memprediksi jumlah penduduk miskin per bulan berdasarkan data jumlah penduduk miskin per tahun, dan menentukan kekontinuan suatu fungsi yang berupa tabulasi titik-titik diskrit. Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Membentuk polinom Newton p(x), dalam tahap ini Penulis membentuk Polinom Newton p(x) dengan melakukan interpolasi polinomial Newton berbasis Selisih-Terbagi (Divided Difference). Interpolasi adalah proses menemukan dan mengevaluasi fungsi yang grafiknya melalui himpunan titik-titik yang diberikan. Interpolasi polinomial Newton digunakan untuk mendapatkan fungsi polinomial p(x) berderajat tertentu yang melewati sejumlah titik data.
2. Menginterpolasi data, dalam tahap ini penulis memprediksi 11 titik dengan memanfaatkan polinom Newton p(x) yang telah terbentuk untuk memperkirakan jumlah penduduk miskin Kota Ternate per bulan mulai dari Desember 2015 hingga Desember 2020. Hasil dari interpolasi data ini akan menjadi nilai di setiap titik.
3. Menghitung galat interpolasi, pada tahap ini penulis menghitung galat di setiap titik dari interpolasi yang telah dilakukan dengan memanfaatkan data Tahun 2021, agar

memperoleh hasil perkiraan jumlah penduduk miskin Kota Ternate dari Bulan Desember 2015 hingga Desember 2020.

4. Menghitung limit fungsi di setiap titik, limit fungsi ditentukan dengan memanfaatkan polinom Newton p(x) yang telah terbentuk.
5. Menganalisis kekontinuan fungsi, langkah selanjutnya adalah membandingkan nilai di setiap titik dengan nilai limit di setiap titik yang mana keduanya diperoleh dengan memanfaatkan polinom Newton p(x) yang telah dibentuk untuk melihat apakah $\lim_{x \to c} p(x) = p(c)$.
6. Penarikan kesimpulan, langkah terakhir adalah penarikan kesimpulan yang didasarkan pada hasil pembahasan yang sesuai dengan tujuan penelitian..

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data jumlah penduduk miskin Kota Ternate dari tahun 2015 sampai 2021, yang dipublikasi oleh Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Maluku Utara.

Tabel 1. Data Jumlah Penduduk Miskin Kota Ternate (BPS Kota Ternate)

Wilayah	Kemiskinan Kabupaten/Kota (Ribu Jiwa)						
	2021	**2020**	**2019**	**2018**	**2017**	**2016**	**2015**
Ternate	8,45	8,18	7,25	6,76	6,04	5,74	6,37

Data tersebut akan diinterpolasi untuk memprediksi jumlah penduduk miskin Kota Ternate per bulan, dimana masing-masing data dalam tabel 8 adalah data per Desember untuk setiap tahunnya, sehingga interpolasi akan digunakan untuk mencari jumlah penduduk miskin Kota Ternate pada bulan Januari hingga November.

Penyesuaian Data Tabel untuk Interpolasi

Data pada tabel 8 perlu disesuaikan agar lebih mudah dipahami. Penyesuaian akan meliputi :

a. Pemisalan variabel akan dilakukan untuk mempermudah proses interpolasi, dengan :
   $x =$ tahun,
   $f(x) =$ jumlah penduduk miskin Kota Ternate.
b. Data per tahun perlu untuk diurut dari yang lama hingga yang terbaru.
c. Data Tahun 2021 tidak akan dimasukkan lagi, karena data yang akan diinterpolasi hanya data Tahun 2015 sampai 2020.

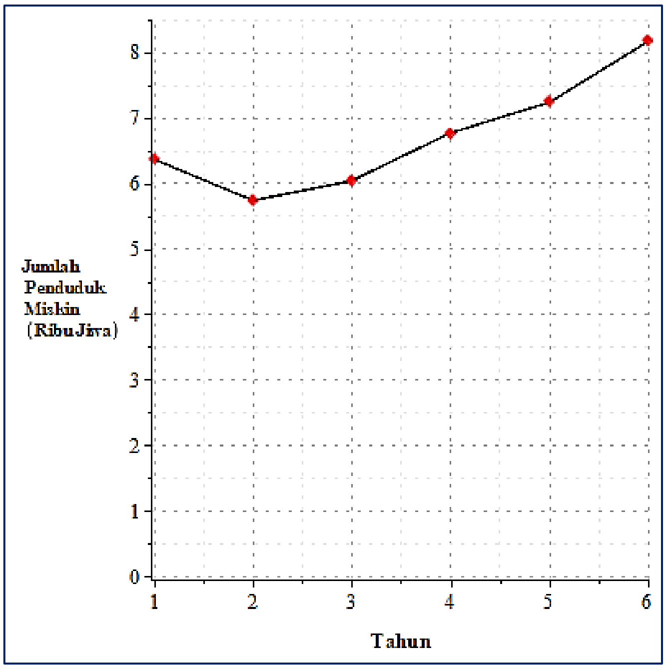
Oleh karena itu, data Tabel 2 menjadi :

Tabel 2. Data jumlah penduduk Yang akan di Interpolasi

x	2015	2016	2017	2018	2019	2020
$f(x)$	6,37	5,74	6,04	6,76	7,25	8,18

Data tabel 2 jika digambarkan dalam grafik dengan bantuan Maple akan nampak seperti Gambar 2. Nampak bahwa kurva yang terbentuk masih belum mulus, untuk memuluskan kurva tersebut perlu untuk menentukan nilai di antara titik-titik data yang telah diketahui, hal itu dapat dilakukan dengan menggunakan interpolasi polinomial Newton.

Data pada Tabel 2 masih perlu disesuaikan agar dapat diinterpolasi. Penyesuaian lanjutan ini meliputi interval data, karena data tersebut per Desember untuk tiap tahunnya. Maka interval data perlu dibuat menjadi $\frac{1}{12}$ agar data bulan Januari hingga November dapat diprediksi dengan mudah, sehingga Tabel 2.



Gambar 2. Grafik Jumlah Penduduk sebelum di Interpolasi

Tabel 2. Data jumlah penduduk Yang telahdi Interpolasi

x	$\frac{24180}{12}$	$\frac{24192}{12}$	$\frac{24204}{12}$	$\frac{24216}{12}$	$\frac{24228}{12}$	$\frac{24240}{12}$
$f(x)$	6,37	5,74	6,04	6,76	7,25	8,18

Keterangan :
x = *Bulan*
$f(x)$ = *Jumlah penduduk miskin Kota Ternate per Bulan Desember*

Dengan penyesuaian di atas, maka data dapat diinterpolasi dengan mudah. Alasan mengapa data bulan Januari hingga November 2015 tidak diprediksi adalah data tersebut berada di luar data yang dimiliki (Data per Desember 2015 sampai Desember 2020), dan metode interpolasi hanya dapat digunakan untuk memprediksi nilai di antara suatu interval data yang dimiliki, namun tidak dapat digunakan untuk memprediksi nilai di luar interval data.

Aplikasi Interpolasi Polinomial Newton

1. Membentuk Polinom Newton menggunakan Maple

Berikut langkah-langkah interpolasi data tabel 2 menggunakan Maple 18 :

a. Memulai Maple dengan perintah:
> *restart;*

b. Memasukkan perintah untuk masuk ke menu analisis numerik, dengan perintah:
> *with(Student[NumericalAnalysis])*:

c. Melakukan input data yang akan diinterpolasi dengan perintah:
>

$$xy := \left[\left[\frac{24180}{12}, 6.37\right], \left[\frac{24192}{12}, 5.74\right], \left[\frac{24204}{12}, 6.04\right], \left[\frac{24216}{12}, 6.76\right], \left[\frac{24228}{12}, 7.25\right], \left[\frac{24240}{12}, 8.18\right]\right]$$

$$xy := [[2015, 6.37], [2016, 5.74], [2017, 6.04], [2018, 6.76], [2019, 7.25], [2020, 8.18]]$$

d. Memulai interpolasi polinomial Newton dengan perintah:
> *New:=PolynomialInterpolation(xy,independentvar=x,method=newton,digits=6)* :

e. Dilanjutkan dengan membuat tabel selisih-terbagi dengan perintah:
   > *DividedDifferenceTable(New)*
   Diperoleh

$$\begin{bmatrix} 6.37 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5.74 & -0.630000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6.04 & 0.300000 & 0.465000 & 0 & 0 & 0 \\ 6.76 & 0.720000 & 0.210000 & -0.0850000 & 0 & 0 \\ 7.25 & 0.490000 & -0.115000 & -0.108333 & -0.00583325 & 0 \\ 8.18 & 0.930000 & 0.220000 & 0.111667 & 0.0550000 & 0.0121666 \end{bmatrix}$$

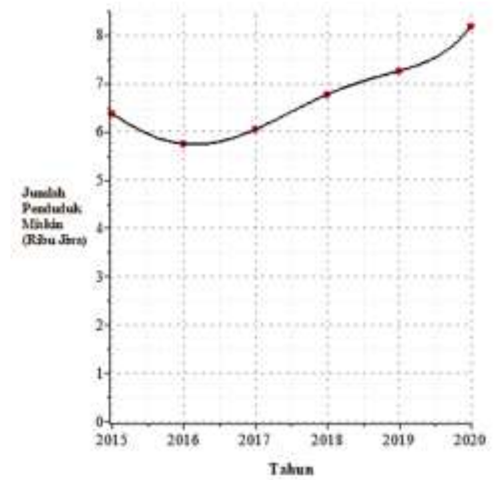
f. Setelah tabel selisih-terbagi diperoleh, langkah selanjutnya adalah menentukan fungsi taksiran (polinom Newton) dengan perintah:
   > *Interpolant(New,independentvar=x)*
   Diperoleh

$$1275.82 - 0.630000\,x + 0.465000\,(x - 2015.)\,(x - 2016.) - 0$$
$$- 2016.)\,(x - 2017.) - 0.00583325\,(x - 2015.)\,(x - 201$$
$$+ 0.0121666\,(x - 2015.)\,(x - 2016.)\,(x - 2017.)\,(x - 20$$

g. Selanjutnya, sederhanakan bentuk $p(x)$ di atas sehingga nampak bentuk polinomial derajat 5-nya dengan perintah :
   > *expand(Interpolant(New))*
   Diperoleh

$$-4.062567218\ 10^{14} + 1.007035027\ 10^{12}\,x - 9.985008654\ 10^{8}\,x^{2} +$$
$$- 122.7059942\,x^{4} + 0.0121666\,x^{5}$$

h. Terakhir, gambarkan kurva data yang telah di interpolasi polinomial Newton dengan perintah:
   > *Draw(New)*
   Diperoleh :



Gambar 3. Grafik Jumlah Penduduk setelah di Interpolasi

2. Menaksir Nilai Fungsi di Setiap Titik Menggunakan Maple

Setelah memperoleh fungsi taksiran (polinom Newton) dari proses interpolasi di atas, selanjutnya akan dicari nilai diantara titik-titik yang telah diketahui sebagai upaya untuk memprediksi jumlah penduduk miskin Kota Ternate selama Bulan Januari hingga November dari Tahun 2016 hingga 2020. Perintah Maple yang digunakan adalah sebagai berikut:

> $subs(x = a, p(x))$

Keterangan :

a = nilai yang akan dicari,

$p(x)$ = bentuk polinom Newton, dan

Dari proses substitusi setiap nilai menggunakan Maple, diperoleh nilai untuk masing-masing titik yang dirangkum dalam tabel berikut.

Tabel 3. Hasil Interpolasi nilai Fungsi di setiap Titik

x													$\frac{24180}{12}$
$p(x)$													6,37
x	$\frac{24181}{12}$	$\frac{24182}{12}$	$\frac{24183}{12}$	$\frac{24184}{12}$	$\frac{24185}{12}$	$\frac{24186}{12}$	$\frac{24187}{12}$		$\frac{24188}{12}$	$\frac{24189}{12}$	$\frac{24190}{12}$	$\frac{24191}{12}$	$\frac{24192}{12}$
$p(x)$	6,29	6,22	6,14	6,08	6,01	5,95	5,90		5,85	5,81	5,78	5,76	5,74
x	$\frac{24193}{12}$	$\frac{24194}{12}$	$\frac{24195}{12}$	$\frac{24196}{12}$	$\frac{24197}{12}$	$\frac{24198}{12}$	$\frac{24199}{12}$		$\frac{24200}{12}$	$\frac{24201}{12}$	$\frac{24202}{12}$	$\frac{24203}{12}$	$\frac{24204}{12}$
$p(x)$	5,73	5,73	5,73	5,74	5,76	5,79	5,82		5,85	5,89	5,94	5,99	6,04
x	$\frac{24205}{12}$	$\frac{24206}{12}$	$\frac{24207}{12}$	$\frac{24208}{12}$	$\frac{24209}{12}$	$\frac{24210}{12}$	$\frac{24211}{12}$		$\frac{24212}{12}$	$\frac{24213}{12}$	$\frac{24214}{12}$	$\frac{24215}{12}$	$\frac{24216}{12}$
$p(x)$	6,10	6,15	6,21	6,28	6,34	6,40	6,46		6,52	6,59	6,65	6,70	6,76
x	$\frac{24217}{12}$	$\frac{24218}{12}$	$\frac{24219}{12}$	$\frac{24220}{12}$	$\frac{24221}{12}$	$\frac{24222}{12}$	$\frac{24223}{12}$		$\frac{24224}{12}$	$\frac{24225}{12}$	$\frac{24226}{12}$	$\frac{24227}{12}$	$\frac{24228}{12}$
$p(x)$	6,81	6,86	6,91	6,96	7,00	7,04	7,08		7,11	7,15	7,18	7,22	7,25
x	$\frac{24229}{12}$	$\frac{24230}{12}$	$\frac{24231}{12}$	$\frac{24232}{12}$	$\frac{24233}{12}$	$\frac{24234}{12}$	$\frac{24235}{12}$		$\frac{24236}{12}$	$\frac{24237}{12}$	$\frac{24238}{12}$	$\frac{24239}{12}$	$\frac{24240}{12}$
$p(x)$	7,29	7,32	7,37	7,41	7,47	7,53	7,60		7,68	7,78	7,89	8,03	8,18

3. Menghitung Limit Fungsi Menggunakan Maple

Setelah memperoleh nilai di setiap titik, selanjutnya akan dihitung limit fungsi taksiran (polinom Newton) yang diperoleh dari proses interpolasi di atas, untuk menghitung limit fungsi dapat dilakukan dengan memasukkan perintah berikut pada Maple.

\> $limit(p(x), x = a)$

Keterangan :

$p(x)$ = bentuk polinom Newton,

a = nilai limit yang dicari, dan

Nilai yang diperoleh dari proses menentukan limit fungsi di setiap titik dengan menggunakan Maple telah dirangkum dalam tabel berikut.

Tabel 4. Limit di setiap Titik

x												$\frac{24180}{12}$
$lip(x)$												6,37
x	$\frac{24181}{12}$	$\frac{24182}{12}$	$\frac{24183}{12}$	$\frac{24184}{12}$	$\frac{24185}{12}$	$\frac{24186}{12}$	$\frac{24187}{12}$	$\frac{24188}{12}$	$\frac{24189}{12}$	$\frac{24190}{12}$	$\frac{24191}{12}$	$\frac{24192}{12}$
$lip(x)$	6,29	6,22	6,14	6,08	6,01	5,95	5,90	5,85	5,81	5,78	5,76	5,74
x	$\frac{24193}{12}$	$\frac{24194}{12}$	$\frac{24195}{12}$	$\frac{24196}{12}$	$\frac{24197}{12}$	$\frac{24198}{12}$	$\frac{24199}{12}$	$\frac{24200}{12}$	$\frac{24201}{12}$	$\frac{24202}{12}$	$\frac{24203}{12}$	$\frac{24204}{12}$
$lip(x)$	5,73	5,73	5,73	5,74	5,76	5,79	5,82	5,85	5,89	5,94	5,99	6,04
x	$\frac{24205}{12}$	$\frac{24206}{12}$	$\frac{24207}{12}$	$\frac{24208}{12}$	$\frac{24209}{12}$	$\frac{24210}{12}$	$\frac{24211}{12}$	$\frac{24212}{12}$	$\frac{24213}{12}$	$\frac{24214}{12}$	$\frac{24215}{12}$	$\frac{24216}{12}$
$lip(x)$	6,10	6,15	6,21	6,28	6,34	6,40	6,46	6,52	6,59	6,65	6,70	6,76
x	$\frac{24217}{12}$	$\frac{24218}{12}$	$\frac{24219}{12}$	$\frac{24220}{12}$	$\frac{24221}{12}$	$\frac{24222}{12}$	$\frac{24223}{12}$	$\frac{24224}{12}$	$\frac{24225}{12}$	$\frac{24226}{12}$	$\frac{24227}{12}$	$\frac{24228}{12}$
$lip(x)$	6,81	6,86	6,91	6,96	7,00	7,04	7,08	7,11	7,15	7,18	7,22	7,25
x	$\frac{24229}{12}$	$\frac{24230}{12}$	$\frac{24231}{12}$	$\frac{24232}{12}$	$\frac{24233}{12}$	$\frac{24234}{12}$	$\frac{24235}{12}$	$\frac{24236}{12}$	$\frac{24237}{12}$	$\frac{24238}{12}$	$\frac{24239}{12}$	$\frac{24240}{12}$
$lip(x)$	7,29	7,32	7,37	7,41	7,47	7,53	7,60	7,68	7,78	7,89	8,03	8,18

4. Menaksir Galat Interpolasi Menggunakan Maple

Berikut adalah langkah untuk menaksir selisih (galat) dari interpolasi data di atas :

1. Karena data yang di interpolasi dari tabel 2 mulai dari $x_0 = \frac{24180}{12}$ hingga $x_6 = \frac{24240}{12}$ dengan menggunakan polinom derajat 5, maka tersedia titik sesudah $x_6 = \frac{24240}{12}$, yaitu $x_7 = \frac{24252}{12}$. Maka perlu untuk mencari nilai selisih-terbagi dari data x_0 hingga x_7 dengan menggunakan Maple dan diperoleh :

$$f[x_7, x_6, x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0] = -0{,}00631943$$

2. Selanjutnya menaksir galat dalam menginterpolasi dengan rumus :
   $E(x) = |(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n) \times f[x_{n+1}, x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0], |$ sehingga
   $$E(x) = |(x - 2015)(x - 2016)(x - 2017)(x - 2018)(x - 2019)(x - 2020)$$
   $$\times (-0{,}00631943)|$$

3. Dengan menggunakan Maple, diperoleh galat dalam menginterpolasi setiap titik yang dirangkum dalam tabel berikut.

Tabel 5. Galat Masing-Masing Titik

x												$\frac{24180}{12}$
$E(x)$												0
x	$\frac{24181}{12}$	$\frac{24182}{12}$	$\frac{24183}{12}$	$\frac{24184}{12}$	$\frac{24185}{12}$	$\frac{24186}{12}$	$\frac{24187}{12}$	$\frac{24188}{12}$	$\frac{24189}{12}$	$\frac{24190}{12}$	$\frac{24191}{12}$	$\frac{24192}{12}$
$E(x)$	0,05	0,08	0,10	0,11	0,10	0,09	0,08	0,06	0,05	0,03	0,01	**0**
x	$\frac{24193}{12}$	$\frac{24194}{12}$	$\frac{24195}{12}$	$\frac{24196}{12}$	$\frac{24197}{12}$	$\frac{24198}{12}$	$\frac{24199}{12}$	$\frac{24200}{12}$	$\frac{24201}{12}$	$\frac{24202}{12}$	$\frac{24203}{12}$	$\frac{24204}{12}$
$E(x)$	0,01	0,02	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0
x	$\frac{24205}{12}$	$\frac{24206}{12}$	$\frac{24207}{12}$	$\frac{24208}{12}$	$\frac{24209}{12}$	$\frac{24210}{12}$	$\frac{24211}{12}$	$\frac{24212}{12}$	$\frac{24213}{12}$	$\frac{24214}{12}$	$\frac{24215}{12}$	$\frac{24216}{12}$
$E(x)$	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0
x	$\frac{24217}{12}$	$\frac{24218}{12}$	$\frac{24219}{12}$	$\frac{24220}{12}$	$\frac{24221}{12}$	$\frac{24222}{12}$	$\frac{24223}{12}$	$\frac{24224}{12}$	$\frac{24225}{12}$	$\frac{24226}{12}$	$\frac{24227}{12}$	$\frac{24228}{12}$
$E(x)$	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02	0,01	0
x	$\frac{24229}{12}$	$\frac{24230}{12}$	$\frac{24231}{12}$	$\frac{24232}{12}$	$\frac{24233}{12}$	$\frac{24234}{12}$	$\frac{24235}{12}$	$\frac{24236}{12}$	$\frac{24237}{12}$	$\frac{24238}{12}$	$\frac{24239}{12}$	$\frac{24240}{12}$
$E(x)$	0,01	0,03	0,05	0,06	0,08	0,09	0,10	0,11	0,10	0,08	0,05	0

5. Menghitung Nilai Asli Data

Karena $f(x) \neq p_n(x)$, selisih (galat) diantara keduanya ditulis dengan

$$E(x) = f(x) - p_n(x)$$

Atau dengan kata lain nilai asli data dapat dicari dengan melakukan manipulasi aljabar pada persamaan di atas, menjadi

$$f(x) = p_n(x) + E(x)$$

Oleh karena itu untuk mencari nilai di setiap titik yang lebih akurat, akan ditentukan dengan menggunakan data tabel 11 dan tabel 13 yaitu dengan menjumlahkan $p(x)$ dengan $E(x)$ untuk mencari nilai $f(x)$ di setiap titik yang lebih akurat. Berikut ini merupakan tabel hasil perhitungan $f(x)$.

Tabel 6. Nilai Asli Data berdasarkan Fungsi Taksiran dan Galat Interpolasi

x												$\frac{24180}{12}$
$f(x)$												6,37
x	$\frac{24181}{12}$	$\frac{24182}{12}$	$\frac{24183}{12}$	$\frac{24184}{12}$	$\frac{24185}{12}$	$\frac{24186}{12}$	$\frac{24187}{12}$	$\frac{24188}{12}$	$\frac{24189}{12}$	$\frac{24190}{12}$	$\frac{24191}{12}$	$\frac{24192}{12}$
$f(x)$	6,34	6,30	6,24	6,19	6,11	6,04	5,98	5,91	5,86	5,81	5,77	5,74
x	$\frac{24193}{12}$	$\frac{24194}{12}$	$\frac{24195}{12}$	$\frac{24196}{12}$	$\frac{24197}{12}$	$\frac{24198}{12}$	$\frac{24199}{12}$	$\frac{24200}{12}$	$\frac{24201}{12}$	$\frac{24202}{12}$	$\frac{24203}{12}$	$\frac{24204}{12}$
$f(x)$	5,74	5,75	5,76	5,77	5,79	5,82	5,85	5,87	5,91	5,95	6,00	6,04
x	$\frac{24205}{12}$	$\frac{24206}{12}$	$\frac{24207}{12}$	$\frac{24208}{12}$	$\frac{24209}{12}$	$\frac{24210}{12}$	$\frac{24211}{12}$	$\frac{24212}{12}$	$\frac{24213}{12}$	$\frac{24214}{12}$	$\frac{24215}{12}$	$\frac{24216}{12}$
$f(x)$	6,11	6,16	6,23	6,30	6,36	6,42	6,48	6,54	6,61	6,66	6,71	6,76

x	$\frac{24217}{12}$	$\frac{24218}{12}$	$\frac{24219}{12}$	$\frac{24220}{12}$	$\frac{24221}{12}$	$\frac{24222}{12}$	$\frac{24223}{12}$	$\frac{24224}{12}$	$\frac{24225}{12}$	$\frac{24226}{12}$	$\frac{24227}{12}$	$\frac{24228}{12}$
$f(x)$	6,82	6,87	6,93	6,98	7,03	7,07	7,11	7,14	7,18	7,20	7,23	7,25
x	$\frac{24229}{12}$	$\frac{24230}{12}$	$\frac{24231}{12}$	$\frac{24232}{12}$	$\frac{24233}{12}$	$\frac{24234}{12}$	$\frac{24235}{12}$	$\frac{24236}{12}$	$\frac{24237}{12}$	$\frac{24238}{12}$	$\frac{24239}{12}$	$\frac{24240}{12}$
$f(x)$	7,30	7,35	7,42	7,47	7,55	7,62	7,70	7,79	7,88	7,97	8,08	8,18

Data pada tabel 5 perlu disesuaikan agar jumlah penduduk miskin per bulan dapat terlihat dengan jelas. Penyesuaian data akan meliputi :

a. Pemisalan variabel yang dilakukan sebelumnya, dikembalikan lagi menjadi x = bulan, dan $f(x)$ = jumlah penduduk miskin Kota Ternate (ribu jiwa).
b. Setiap nilai x pada tabel di atas, diubah menjadi bulan Januari hingga Desember untuk tiap tahunnya.

Karena terjadi penyesuaian di atas, maka data tabel 6 dapat dirubah menjadi tabel berikut ini:

Tabel 7. Prediksi Jumalah Penduduk Miskin Kota Ternate Per Bulan (2015-2021)

JUMLAH PENDUDUK MISKIN KOTA TERNATE PER BULAN TAHUN 2015-2021 (Ribu Jiwa)											
TAHUN 2015											
											Des 2015
											6,37
TAHUN 2016											
Jan 2016	*Feb 2016*	*Mar 2016*	*Apr 2016*	*Mei 2016*	*Jun 2016*	*Jul 2016*	*Agu 2016*	*Sep 2016*	*Okt 2016*	*Nov 2016*	*Des 2016*
6,34	6,30	6,24	6,19	6,11	6,04	5,98	5,91	5,86	5,81	5,77	5,74
TAHUN 2017											
Jan 2017	*Feb 2017*	*Mar 2017*	*Apr 2017*	*Mei 2017*	*Jun 2017*	*Jul 2017*	*Agu 2017*	*Sep 2017*	*Okt 2017*	*Nov 2017*	*Des 2017*
5,74	5,75	5,76	5,77	5,79	5,82	5,85	5,87	5,91	5,95	6,00	6,04
TAHUN 2018											
Jan 2018	*Feb 2018*	*Mar 2018*	*Apr 2018*	*Mei 2018*	*Jun 2018*	*Jul 2018*	*Agu 2018*	*Sep 2018*	*Okt 2018*	*Nov 2018*	*Des 2018*
6,11	6,16	6,23	6,30	6,36	6,42	6,48	6,54	6,61	6,66	6,71	6,76
TAHUN 2019											
Jan 2019	*Feb 2019*	*Mar 2019*	*Apr 2019*	*Mei 2019*	*Jun 2019*	*Jul 2019*	*Agu 2019*	*Sep 2019*	*Okt 2019*	*Nov 2019*	*Des 2019*
6,82	6,87	6,93	6,98	7,03	7,07	7,11	7,14	7,18	7,20	7,23	7,25
TAHUN 2020											
Jan 2020	*Feb 2020*	*Mar 2020*	*Apr 2020*	*Mei 2020*	*Jun 2020*	*Jul 2020*	*Agu 2020*	*Sep 2020*	*Okt 2020*	*Nov 2020*	*Des 2020*
7,30	7,35	7,42	7,47	7,55	7,62	7,70	7,79	7,88	7,97	8,08	8,18

Menganalisi kekontinuan Fungsi

Sesuai dengan definisi kontinuitas suatu fungsi, maka langkah yang dilakukan untuk menganalisis kekontinuan suatu fungsi adalah menyamakan limit fungsi yang telah diperoleh pada Tabel 7 dengan nilai fungsi di setiap titik pada tabel 8. berikut ini hasil penggabungan keduanya.

Tabel 8. Analisis Limit Fungsi Taksiran dan Nilai Fungsi Taksiran

x												$\frac{24180}{12}$
$p(x)$												6,37
$lip(x)$												6,37
x	$\frac{24181}{12}$	$\frac{24182}{12}$	$\frac{24183}{12}$	$\frac{24184}{12}$	$\frac{24185}{12}$	$\frac{24186}{12}$	$\frac{24187}{12}$	$\frac{24188}{12}$	$\frac{24189}{12}$	$\frac{24190}{12}$	$\frac{24191}{12}$	$\frac{24192}{12}$
$p(x)$	6,29	6,22	6,14	6,08	6,01	5,95	5,90	5,85	5,81	5,78	5,76	5,74
$lip(x)$	6,29	6,22	6,14	6,08	6,01	5,95	5,90	5,85	5,81	5,78	5,76	5,74
x	$\frac{24193}{12}$	$\frac{24194}{12}$	$\frac{24195}{12}$	$\frac{24196}{12}$	$\frac{24197}{12}$	$\frac{24198}{12}$	$\frac{24199}{12}$	$\frac{24200}{12}$	$\frac{24201}{12}$	$\frac{24202}{12}$	$\frac{24203}{12}$	$\frac{24204}{12}$
$p(x)$	5,73	5,73	5,73	5,74	5,76	5,79	5,82	5,85	5,89	5,94	5,99	6,04
$lip(x)$	5,73	5,73	5,73	5,74	5,76	5,79	5,82	5,85	5,89	5,94	5,99	6,04
x	$\frac{24205}{12}$	$\frac{24206}{12}$	$\frac{24207}{12}$	$\frac{24208}{12}$	$\frac{24209}{12}$	$\frac{24210}{12}$	$\frac{24211}{12}$	$\frac{24212}{12}$	$\frac{24213}{12}$	$\frac{24214}{12}$	$\frac{24215}{12}$	$\frac{24216}{12}$
$p(x)$	6,10	6,15	6,21	6,28	6,34	6,40	6,46	6,52	6,59	6,65	6,70	6,76
$lip(x)$	6,10	6,15	6,21	6,28	6,34	6,40	6,46	6,52	6,59	6,65	6,70	6,76
x	$\frac{24217}{12}$	$\frac{24218}{12}$	$\frac{24219}{12}$	$\frac{24220}{12}$	$\frac{24221}{12}$	$\frac{24222}{12}$	$\frac{24223}{12}$	$\frac{24224}{12}$	$\frac{24225}{12}$	$\frac{24226}{12}$	$\frac{24227}{12}$	$\frac{24228}{12}$
$p(x)$	6,81	6,86	6,91	6,96	7,00	7,04	7,08	7,11	7,15	7,18	7,22	7,25
$lip(x)$	6,81	6,86	6,91	6,96	7,00	7,04	7,08	7,11	7,15	7,18	7,22	7,25
x	$\frac{24229}{12}$	$\frac{24230}{12}$	$\frac{24231}{12}$	$\frac{24232}{12}$	$\frac{24233}{12}$	$\frac{24234}{12}$	$\frac{24235}{12}$	$\frac{24236}{12}$	$\frac{24237}{12}$	$\frac{24238}{12}$	$\frac{24239}{12}$	$\frac{24240}{12}$
$p(x)$	7,29	7,32	7,37	7,41	7,47	7,53	7,60	7,68	7,78	7,89	8,03	8,18
$lip(x)$	7,29	7,32	7,37	7,41	7,47	7,53	7,60	7,68	7,78	7,89	8,03	8,18

Berdasarkan analisa yang dilakukan pada tabel 16, diperoleh nilai limit fungsi di setiap titik sama dengan nilai fungsi di setiap titik yang artinya $p(x) = p(c)$. Maka, sesuai dengan definisi kontinuitas fungsi, diperoleh bahwa fungsi tersebut kontinu pada setiap titik dalam interval.

IV. PENUTUP

Berdasarkan kajian yang telah dilakukan, diperoleh beberapa kesimpulan Interpolasi polinomial Newton dapat digunakan untuk memprediksi jumlah penduduk miskin Kota Ternate per bulan berdasarkan data jumlah penduduk miskin Kota Ternate per Tahun (2015-2021) dengan memanfaatkan fungsi taksiran (polinom Newton) p(x) yang dibentuk, asalkan data tersebut memenuhi syarat bahwa: data tersebut merupakan fungsi, dan interval data dirubah menjadi 1/12. Maka diperoleh fungsi taksiran (polinom Newton) p(x) yang berbentuk (0.0121666) x^5-(122.7059942) x^4+ (4.950193546*〖10〗^5) x^3-(0.985008654 * 〖10〗^8) x^2+(1007035027*〖10〗^12)x-(4.062567218*〖10〗^14)

Fungsi taksiran (polinom Newton) di atas terbukti dapat digunakan untuk membuktikan kekontinuan suatu fungsi yang berupa tabulasi titik-titik diskrit dengan menunjukkan bahwa nilai lim┬(x→c)p(x)=p(c) untuk setiap titik.

Sebagai tindak lanjut pembaca dapat mengembangkan aplikasi interpolasi untuk menentukan kekontinuan fungsi dengan metode interpolasi yang lain. Diantaranya mencoba melakukan penelitian lebih lanjut dengan menggunakan interpolasi Lagrange, metode Aitken, dan metode Hermite.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan terima kasih kepada semua pihak khusus Civitas akademika Program Studi Matematika Universitas Muhammadiyah Maluku Utara yang telah membantu menyelesaikan penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

Aini, A. N., Wulandari, D., Sutrisno, & Buchori, A., 2017. Aplikasi Teknologi Pembelajaran dengan Maple. Semarang: Program Studi Pendidikan Matematika Universitas PGRI Semarang.

Al Arif, M. N., 2013. Matematika Terapan untuk Ekonomi. (T. R. Setia, Penyunting) Bandung: Pustaka Setia.

Andrew, P., 2013, Polynomials. MathsTrack, 03(01), 1-27.

Arif, M. Z., Halikin, I., & Agustin, I. H., 2016. Panduan MAPLE untuk Guru SMA dalam Pembelajaran Matematika Interaktif. Jember: Jurusan Matematika Universitas Jember.

Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku Utara., 2022. Kemiskinan Kab/Kota (Ribu Jiwa) 2019-2021. Ternate: Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku Utara. Dipetik Maret 19, 2022, dari www.malut.bps.go.id

Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku Utara., 2022. Kemiskinan Kab/Kota (Ribu Jiwa) 2013-2015. Ternate: Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku Utara. Dipetik Maret 19, 2022, dari www.malut.bps.go.id

Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku Utara., 2022. Kemiskinan Kab/Kota (Ribu Jiwa) 2016-2018. Ternate: Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku Utara. Dipetik Maret 19, 2011, dari www.malut.bps.go.id

Gockenbach, M. S., 2010. Maple Tutorial. SIAM Journal, 1-145.

Khairunnisa, A., 2014. Matematika Dasar. Jakarta: Rajawali Pers.

Marsudi., 2010. Logika dan Teori Himpunan. (A. Manshur, Penyunting) Malang: UB Press.

Maryati, A., Pandiangan, N., & Purwani, S., 2021. Application of Interpolation and Extrapolation of Newton and Cubic Splines to Estimate and Predict the Gas Content of Hydrogen and Iodine in. World Scientific News (An International Scientific Journal), 153(2), 124-141.

Mehtere, V. V., & Prajapati, M., 2019. Newton Forward and Backward Interpolation Method. Iconic Research and Engineering Journals (IRE Journals), 03(06), 12-15..